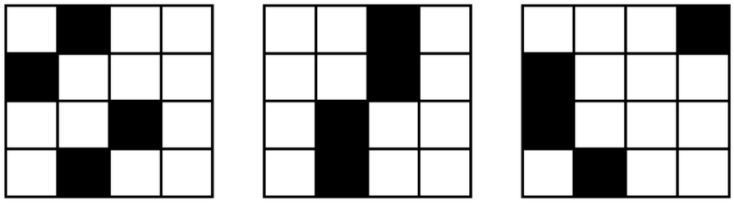
Lycée International Jeanne D'Arc

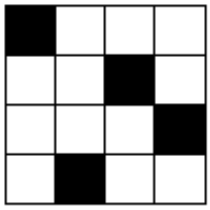
SEMAINE DES MATHÉMATIQUES 2024

ÉNIGME 1

Trouver la quatrième grille qui complète la série des trois grilles données :



SOLUTION :



EXPLICATIONS :

A chaque étape, le carré noir de la première ligne est décalé de 1 case vers la droite, celui de la deuxième ligne est décalé de deux cases vers la droite, celui de la troisième ligne est décalé de trois case vers la droite et celui de la dernière ligne ne bouge pas (ce qui correspond aussi à un décalage de quatre cases vers la droite).

ÉNIGME 2

Trouver tous les nombres à deux chiffres qui augmentent de 75% quand on échange leurs chiffres.

SOLUTION : 12 – 24 – 36 – 48

EXPLICATIONS :

Si on note x le chiffre des unités et y le chiffre des dizaines du nombre cherché, alors le nombre cherché est égal à $10y + x$.

Ce nombre augmenté de $75\ \%$ est alors égal à $(10y + x) \times 1{,}75$.

On doit donc résoudre l'équation $10x + y = (10y + x) \times 1{,}75$.

$$10x + y = \left(10y + x\right) \times 1{,}75 \Leftrightarrow 10x + y = 17{,}5y + 1{,}75x \Leftrightarrow 8{,}25x = 16{,}5y \Leftrightarrow x = \frac{16{,}5}{8{,}25}y \Leftrightarrow x = 2y$$

Les solutions sont donc les nombres à deux chiffres qui ont leur chiffre des unités qui vaut le double de leur chiffre des dizaines.

ÉNIGME 3

Quelle lettre complète cette suite logique ? 92I 74J 27E 45…

SOLUTION : **B**

EXPLICATIONS :

$9 \times 2 = 18$ et $1 + 8 = 9$, la neuvième lettre de l'alphabet est le I.

$7 \times 4 = 28$ et $2 + 8 = 10$, la dixième lettre de l'alphabet est le J.

$2 \times 7 = 14$ et $1 + 4 = 5$, la cinquième lettre de l'alphabet est le E.

$4 \times 5 = 20$ et $2 + 0 = 2$, la deuxième lettre de l'alphabet est le B.

ÉNIGME 4

Déterminer la moyenne entre les nombres suivants :

$$\frac{1+2+3}{3} ; \frac{2+3+4}{3} ; \frac{3+4+5}{3} ; \ldots ; \frac{998+999+1000}{3}$$

SOLUTION : 500,5

EXPLICATIONS :

Il y a au total 998 fractions à ajouter. On peut regrouper ces fractions deux à deux, en associant la première avec la dernière, la deuxième avec l'avant-dernière, etc …

Cela nous fait donc 449 associations.

On remarque alors que la somme de chaque association vaut 1001.

Exemple :

$$\frac{1+2+3}{3} + \frac{998+999+1000}{3} = \frac{(1+1000)+(2+999)+(3+998)}{3} = \frac{3 \times 1001}{3} = 1001$$

La moyenne vaut donc :

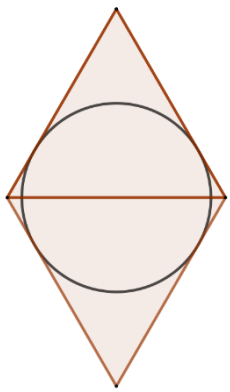
$$\frac{1001 \times 449}{998} = \frac{1001 \times 449}{449 \times 2} = \frac{1001}{2} = 500{,}5$$

ÉNIGME 5

Le cercle est tangent aux deux triangles équilatéraux.

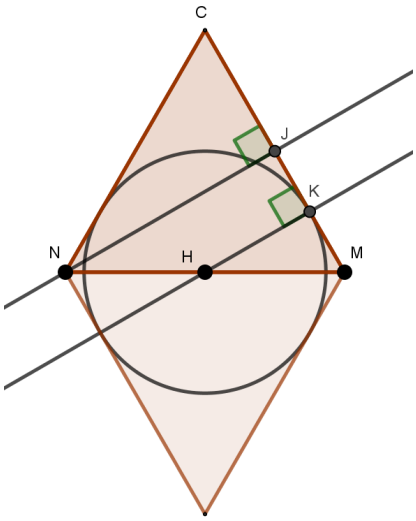
Sachant que le côté de chaque triangle mesure 1 cm,

quel est le rayon du cercle ?



SOLUTION : $\frac{\sqrt{3}}{4}$

EXPLICATIONS :



On note H le centre du cercle.

Dans le triangle équilatéral MNC, la hauteur (NJ) coupe le segment [CM] en son milieu J.

Comme la droite (CM) est tangente au cercle en K, le rayon {HK] est perpendiculaire à (CM).

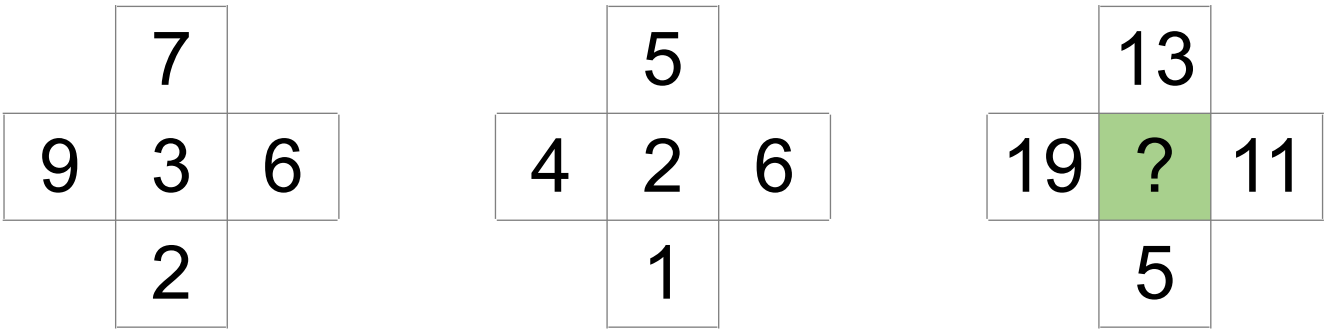
Dans le triangle MJN, les droites (NJ) et (HK) étant parallèles et H étant le milieu de [NM], K est le milieu de [MJ] (grâce au théorème de Thalès ou au théorème des milieux) et $HK = \frac{1}{2}NJ$.

Dans le triangle NJM rectangle en J, d'après le théorème de Pythagore :

$$NM^2 = NJ^2 + JM^2 \text{ ce qui donne } NJ^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad NJ = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{On a donc } HK = \frac{NJ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

ÉNIGME 6



SOLUTION : 6

EXPLICATIONS :

On remarque qu'à chaque fois qu'on ajoute les nombres des cases horizontales (sans la case centrale) et qu'on divise le résultat par 5, on obtient la case centrale.

De même, à chaque fois qu'on ajoute les nombres des cases verticales (sans la case centrale) et qu'on divise le résultat par 3, on obtient la case centrale.

Pour la première grille : Horizontalement : $9 + 6 = 15$ puis $\frac{15}{5} = 3$. Verticalement : $7 + 2 = 9$ puis $\frac{9}{3} = 3$.

Pour la seconde grille : Horizontalement : $4 + 6 = 10$ puis $\frac{10}{5} = 2$. Verticalement : $5 + 1 = 6$ puis $\frac{6}{3} = 2$.

Pour la troisième grille, on obtient donc :

Horizontalement : $19 + 11 = 30$ puis $\frac{30}{5} = 6$. Verticalement : $13 + 5 = 18$ puis $\frac{18}{3} = 6$.

Remarque : une autre technique utilisant les PGCD des deux sommes obtenues (verticalement et horizontalement) nous amène au même résultat.